有效开展习题课教学的一种模式

福建省莆田第二中学　陈仁和

摘要：习题课教学是数学教学的一个重要组成部分，它既可巩固“四基”也能发展“四能”，是提升数学核心素养的重要平台。习题课的教学应以能力为导向以达成课程目标为目的以问题为载体驱动的一个课堂活动，有效的习题课教学应该在问题的设计、教学的开展和课后的反思上做足文章，这样才能在数学教学上达成真正意义上的育人目的。

关键词：习题教学，问题，能力，核心素养

中学数学教学的本质就是揭示问题与概念之间的联系，数学教学课堂总是围绕着问题—概念—问题展开的，前者是通过对问题情境的探析和提炼生成数学概念与法则，即概念教学，后者是利用概念和法则解决一些数学问题，即习题教学。新课程标准提出：“通过高中数学的学习，学生能获得进一步学习及未来发展所必需的数学基本知识、基本技能、基本思想、基本活动经验；提高从数学角度发现和提出问题的能力、分析和解决问题的能力”。因此在设计习题教学时，由于数学问题与概念之间存在一段距离，要求课堂必须创建探究、交流、展示、提炼的平台，架设问题与概念之间的桥梁，引导学生在思考交流中享受发现问题和解决问题的乐趣，扎实“四基”发展“四能”，这是课堂教学设计的关键，也是教师智慧的体现。本文就习题课的课堂教学通过案例“方程的根与函数的零点”作一简单的探析，以期提高教学的有效性。

一、问题的设计

习作课的问题设计应该以学生核心素养的提高为导向，在问题意识的驱动下，把教学引向深入。因此教师应根据教材的特点以及自己的教学设想选择一些能反映阶段教学需要的数学问题，在能力导向下展开师生、生生的交流，通过探讨交流提炼出一类或几类问题的解决方案，在问题的解决过程中体验数学概念法则应用的奥妙，加深对数学概念的内涵与外延的理解，领悟其中蕴含的思想方法。因此，在习作课问题的设计上首先要了解学情，否则会使交流探究无法开展；其次问题的设计要确定教学目标，不要漫无边际的随意拓展，淡化本阶段教学的主旨；再者在问题的设计上还要考虑实现目标所涉及的思想方法，架设消除概念与问题之间距离的桥梁，最后通过螺旋式的主题活动，构建一类问题解题的思维体系，积累丰富的数学解题经验。总之，习作课的问题设计要做到“熟知学情、设定目标、领悟方法、积累经验”。

[1]、　学情的把握。在概念课的教学中，教师要安排一些简单的例题，其主旨是检验学生对概念的理解和概念的简单应用，而习作课是对概念的拓展与深化，但在习作课教学展开之前有必要了解一下学生对概念课的掌握情况，发现学生存在的问题，比如在方程根与函数零点的习作课上，授课教师先安排四道基础题：

①、函数 $f(x)=x(x^2-16)$的零点是 ______。

②、函数 $f(x)=x^3+2x^2+2x-1$ 的零点所在的区间是____________。

③、已知函数 $y=f(x)$在区间[a，b]的图像是一条连续不断的曲线，而且 $f(a)f(b)>0$，则函数在区间[a，b]上的零点个数有 ____个。

④、已知函数 $f(x)$是 R 上的奇函数，且在（0，+∞）上有一零点，则 $f(x)$的零点个数有 ____个。

四个基础问题从具体到抽象渐进式地展现函数零点这个新概念的应用，学生在思考解决问题的过程中逐一回顾了前节课的内容，这样的安排既掌握了学情也体现了“承上启下”的自然。

[2]、目标的设定。任何一节课都应该是先有目标后才有其他的相关活动，否则课堂就变成了“云里来雾里去”的作秀。对于“方程根与函数零点”的习作课，其目标应该是通过探究交流让学生理解方程根与函数零点的关系，融合方程求根的方法与函数图像的直观作用解决方程根与函数零点的存在问题，从中提炼函数与方程问题的解决方法，领悟“数形结合”思想的精髓。因此问题的选择应该有一定的针对性，要考虑它的局部功能，要“有的放矢”，千万不要追求什么“效益的最大化”，否则发展到最后只能是忽略学情的空洞讲座。同时为了教学活动的顺利开展，问题的排列要有层次感，要实现“承上启下”的功效，从“通过转化就能解决的”到“无法转化需要寻找新途径才能解决的”过渡。比如在上面案例中授课教师可设计这样的几个问题：

例 1、已知函数 $f(x)=kx+m(k\neq0)$ 的零点 $x_0\in(0,1)$,则实数 k、m 满足的关系式是______________。

例 2、已知函数 $f(x)=x^2+mx+1$ 的两个零点 x_1、x_2满足 $x_1\in$（0, 1），$x_2\in$（1，2），求实数 m 的取值范围。如果 $x_2\in$（1，+∞）呢？

例 3、方程 $xe^x=1$ 的解的个数是_______。思考一下：函数 $f(x)=x^3+2x^2+2x-1$ 有几个零点？

例 4、函数 $f(x)=\log_2x-kx-2$ 的零点 x_0满足 $1\leqslant x_0\leqslant2$,求实数 k 的取值范围。

通过对解题思路的交流与探索，清晰了一类问题的解题方法，拓展了学生的思维阔度，让学生在自然的过渡中轻松地感受到学习成功的乐趣。

[3]、方法的选择。概念与问题之间都有一定的距离，它需用一些方法加以链接。习作课不应该是为解决某几个问题而展开互动，而是要通过系列问题的解决实现学生学科核心素养的提升。问题解决方法的选择与提炼是习作课设计者应该思考的重点，问题解决过程中渗透的数学思想是习作课的灵魂，是穿行于条件和结论之间的针线，没有了方法和思想，各命题就是一堆孤立的抽象概念，因此问题的设计要围绕着解题的通法展开，充分发挥学生的思维能动思考解决问题，挖掘学生的智慧归纳提炼解题的方法与思想。上面案例的问题设计就是紧紧围绕“数形结合”思想方法展开的，“数形结合”方法便是本节课的灵魂。

[4]、经验的积累。解题活动既可以是个人的行为，也可以是集体参与的活动，既提倡独立思考、自主学习，也需要合作交流、良性互动。因为不同的学习方式会提升学生不同的素养，多样的学习方式将是学生获取最佳的学习效率的节点，因此习作课的终点必须由主题式的数学解题活动来注解，设计问题链条，在同一载体中通过不同的设问引导学生积极思考、良性互动，在合作交流中形成共识，最终实现解题目的，丰富解题活动的经验，达成学科核心素养的提升。为了体系化“方程的根与函数的零点”的课堂教学，教师可以借用法国高考数学的命题方式，设计如下的主题式问题链条：

问题 1、定义在 R 上的奇函数 f(x),当 $0\leq x<1$ 时，$f(x)=1-2^x$,当 $x\geq1$ 时，$f(x)=1-|x-3|$，又构造函数 $F(x)=f(x)-a$ （$a\in R$） 。

（1） 当 a=2 时，函数 F(x)零点在区间（n,n+1）上，求 n 的值 。

（2） 当 0<a<1 时，函数 F(x)有几个零点？所有零点和为多少？

（3） 函数 F(x)的零点个数有几种情况？如果函数 F(x)有 5 个零点，则参数 a 的

取值范围如何？如果函数F(x)在区间（4,6）内有零点，则参数a的取值范围又怎样？

问题2、如果例1中的函数f(x)是偶函数，上面的三个问题结果又是如何？如果f(x)的性质不变，而F(x)=f(x)－ax,上面的三个问题结果又将会出现什么结果？

学生可以在自己思考和同学交流的情况下，通过一个载体中参数的不断变化，获得对函数零点的个数判断、零点所在区间问题和零点求和问题的探究，掌握了知参数讨论函数零点的几类问题的解题方法，又由函数零点的存在情况探讨了求参数取值范围的解题方法，同时在不断的载体变化下又多次讨论函数零点的相关问题。通过主题式的解题活动，学生深刻领悟了“一图在手，万事可解”的数学思想，极大地丰富了解题经验，提升了学科素养、形成了学科智慧。

二、教学的开展

习作课的功能与作用决定了习作课开展的程序，“概念回顾—问题解决—方法提炼”应该是习作课教学的一种模式，下面就以上面案例为例展示一下习作课的教学流程。

[1]、概念回顾：习作课的本质就是完成对概念教学的拓展与深化，概念是解决问题的根据和工具，因此习作课开展之初就是要做好回顾工作。当然，回顾概念并不是简单回放一下概念的相关内容，而应设置一些基础问题，通过对问题的解决实现概念的回顾，清晰概念的内涵。如在上面案例中教师利用多媒体抛出①②③④四个问题，同学利用5分钟左右的时间思考交流，而后教师随机抽取几位同学回答问题，并相应把主要的知识点书写在黑板上。①②两个问题学生一般都能顺利解决，但③④两个问题可能出现不同的声音，原因呢？第三个问题的失误应该是学生对零点存在性定理的单向性理解不清，第四个问题的失误应该是对R上的奇函数性质掌握不牢，这时教师可以举一些基本函数如$y=x^2$、$f(x)=x^3-x$结合图像加以说明即可。

[2]、问题解决：问题是习作课的核心，解决问题是习作课教学的重点，领悟解题的思想方法是习作课教学追求的终极目标。在概念回顾之后教师展示自己精心筛选的例题，对于基础好的班级，例题可以集中展示，否则在解决一例题后再展示另一例题，要求学生先独立思考后在小组同学中交流探讨（根据班级学生学习情况把全班分成4至6个学习小组），同时明确任务：每个小组必须一题推举一位同学展示小组学习的成果，思考交流时间控制在20分钟左右。利用幻灯片形式展示学生的成果，要求展示的学生说明思考的方法，在相互补充完善之后把方法板书在黑板上。例1可以先解方程后列不等式求解，即代数法，也可以直接应用零点存在性定理求解；例2如果利用代数法就会遇到不等式的解题问题而导致解题失败，如果利用零点存在定理由$f(0)f(1)<0$得一不等式，但对于$x_2\in(1,+\infty)$却可能束手无策，因此利用二次函数的图像才能正确获得参数的限制条件；而例3呢？代数法化归不了，建立函数但函数的图像又画不出来，怎么办？什么样的函数图像可以画出来呢？引导学生讨论探索，只有把等式进行适当的分离后把问题化归为两个基本函数图像的交点问题，则问题便迎刃而解。完成了例3的讨论，例4的解决方案便跃然纸上。

[3]、方法提炼：习作课是利用一种或几种方法解决一类数学问题，形成典型问题的解题通法，领悟解题方法中蕴含的数学思想，因此解题方法的提炼应是习作课的一个重要环节。本案例主要是通过一些问题的解决，阐释函数与方程两个概念的相关性，函数问题与方程问题的解决方法可以相互应用，形的直观与数的严密不能是孤立的两种存在，在解决问题时要把它们高度融合在一起，这样就

可以发挥它们巨大的功能产生绝妙的效果。

[4]、素养提升：数学解题活动促成解题经验的积累，而丰富且有价值的解题经验往往孕育着学科的核心素养，只有在主题式数学解题活动的不断推进中，学科的核心素养才能得以真正的提升。

总之，在习作课的教学活动中，为了把握“教师主导和学生主体”的课堂本质，教师在设计习作课的导案时要充分考虑学生的思考空间与时间，要组织好学生促使讨论氛围的生成，要有目的地提炼问题的解题通法，要让学生有充分展示其才能的机会。

三、课后的反思

反思是人类的美德，只有反思才能把自己的实践经验升华为智慧，因此课后反思是每一次教学活动后应该做的功课。如上面案例的教学，同时抛出四个例题与解决一个问题之后再抛一个问题，哪一种方式更加有效？如果同时抛出四个问题，学生能否循着教师的设计思路展开思考与讨论？只有通过实践才能发现问题才能调整教学方式。对于例 3 和例 4，为何要“拆”？怎么“拆”？在探索讲解过程中，该如何阐述数学命题转化的重要性和目的性？问题的设计是否能真正实现本节课的目标？要不要作一些调整？

总之，教学虽无定法，但教学模式是客观存在的，因此在教学改革的大背景下，我们要以学情为基础以能力为导向探索习作课的教学模式，不要刻意追求课堂效益的最大化，只有这样教学的三维目标才能得以实现。

参考资料：

1、史宁中，王尚志主编，2018.5，普通高中数学课程标准（2017 年版）解读。
2、余文森，2011.7，北京师范大学出版社，课堂有效教学的理论与实践。