基于核心素养下的高中数学课堂教学策略——以数学建模为例

莆田第二中学　林中奖

摘要：核心素养的提出进一步指明了数学教学与数学学习的方向，在高中数学课堂教学中，教师转化角度，将相关的核心素养理论与原理运用于数学教学实践，从而有效促进学生的全面发展，真正把核心素养融入课堂，融入学习，融入生活，培养出新一代高素养、高水平、全面发展的人才.

关键词：核心素养；数学建模；情境；将军饮马；创新；探究

1．问题的提出

在《普通高中数学课程标准（2017 年版）》一文中，对应“课程基本理念”部分第一次创新性地提出：“高中数学课程以学生发展为本，落实立德树人根本任务，培育科学精神和创新意识，提升数学学科核心素养”.

核心素养的提出进一步指明了数学教学与数学学习的方向，那么在高中数学课堂教学中，教师如何将相关的核心素养理论与原理运用于数学教学实践，从而有效促进学生的全面发展呢？本文结合数学建模这一核心素养，结合教学实例就课堂教学策略加以阐述.

2．问题的解决

2．1 创设情境巧引入，数学建模起铺垫

在高中数学课堂教学中，教师在引入一些相关的课题时，经常可以利用创设有效的问题情境，利用直观形象的数学建模来展示，可以有效激活学生的好奇心与探知欲，使得学生对所要研究的课题产生浓厚的兴趣.

例如，在学习“指数函数”时，可以引入一些身边的数学建模材料，如发生在 2020 年初的湖北省武汉市的新型冠状病毒疫情的爆发与抗击情况：

全国确诊人数：

腊月 26 是 291 人；腊月 27 是 391 人，+100；腊月 28 是 440 人，+49；腊月 29 是 571 人，+131；大年 30 是 830 人，+259；初一是 1287 人，+457；初二是 1975 人，+688；初三是 2744 人，+769；初四是 4515 人，+1771；初五是 5975 人，+1460；初六是 7711 人，+1836；初七是 9692 人，+1981；初八是 11823 人，+2131；初九是 14411 人，+2590；初十是 17256 人，+2728；十一：20438 人，+3235；……

通过直观数据模型可以有效直观指出其递增变化与递减变化情况，为指数函数的图象与性质的学习埋下伏笔；

在学习“二分法”时，可以借助综艺节目中有关价格竞猜的数学建模材料，列举出一件具体的商品让学生亲身体会一下如何以更快的速度和最少的竞猜次数正确得出商品的实际价格，从而引入相应的二分法及其相关知识，潜移默化，可以有效概括出二分法的相关原理与理论体系；……

通过此类有效的数学建模材料作为情境载体，搭建了数学与外部世界的桥梁，合理引入相应的课题，有效调动学生思维的活跃性与主动学习的积极性，容易对所要学习的数学知识产生更加生动、形象、深刻的认识．其实，以数学建模为主体的问题情境的合理设置，让抽象且生涩的数学问题以更加形象直观的姿态呈现在学生面前，可以使得学生对抽象的数学知识有一个更为直观有效的认识，进而更加迅速地认识、理解与掌握相关的数学知识与数学问题，是应用数学解决实际问题的基本手段，也是推动数学发展的动力．

2．2 解决问题巧转化，数学建模呈身手

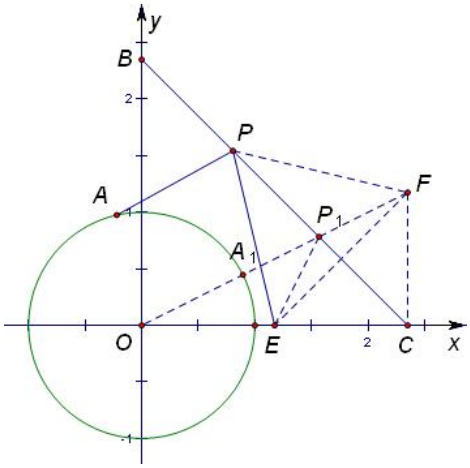
著名英国数学家怀特海（Whitehead，John Henry Constantine，1904-1960）曾经说过，对于模式的研究其实就是数学的本质．我们知道，高中数学所涉及的很多知识点都可以采取数学建模的方式来学习与解决，如函数、三角函数、数列、解三角形、解析几何、立体几何、导数、排列与组合等相关知识．

培养学生利用数学建模的方式来解决问题，可以更加有效地联系生活实际，为数学的实际应用与终身学习奠定基础．数学建模就是根据实际问题，从数学的视角去发现问题，结合问题的提出与分析，从而转化为相应的数学模型，利用数学知识加以分析与解决，并根据结果加以检验与改进，达到解决实际问题的目的．

【问题 1】（浙江省宁波市 2020 届高三上学期期末教学质量统一检测卷试题·17）已知 $|\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{c}|=k$（$k>\sqrt{2}$），$\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=0$，若存在实数$\lambda$及单位向量 $\boldsymbol{a}$，使得不等式$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\lambda(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})|+|\frac{1}{2}\boldsymbol{c}+(1-\lambda)(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})|\leqslant 1$ 恒成立，则实数 k 的最大值为_____．

分析：破解问题的关键在于，根据题目条件，由于存在实数λ及单位向量 $\boldsymbol{a}$，使得不等式$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\lambda(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})|+|\frac{1}{2}\boldsymbol{c}+(1-\lambda)(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})|\leqslant 1$ 恒成立，则原问题可以等价转化为$\{|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\lambda(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})|+|\frac{1}{2}\boldsymbol{c}+(1-\lambda)(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})|\}_{\min}\leqslant 1$，进而通过确定$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\lambda(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})|+|\frac{1}{2}\boldsymbol{c}+(1-\lambda)(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})|$的最小值问题，通过构建相应的数学建模来达到转化与分析的目的，

如图所示，以 O 为坐标原点，$\boldsymbol{c}=\overrightarrow{OC}$，$\boldsymbol{b}=\overrightarrow{OB}$所在的直线分别为 x 轴、y 轴建立平面直角坐标系 xOy，设 $\boldsymbol{a}=\overrightarrow{OA}$，其中点 A 在单位圆上，



由于$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}+\lambda(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})|+|\frac{1}{2}\boldsymbol{c}+(1-\lambda)(\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c})|=|\boldsymbol{a}-[(1-\lambda)\boldsymbol{b}+\lambda\boldsymbol{c}]|+|\frac{1}{2}\boldsymbol{c}-[(1-\lambda)\boldsymbol{b}+\lambda\boldsymbol{c}]|=|AP|+|EP|$，其中点 E 为线段 OC 的中点，

过点 E 作关于直线 BC 的对称的对称点 F，

那么结合“将军饮马”求解最小值的几何模型可得$(|AP|+|EP|)_{\min}=|A_1F|=|OF|-1=\sqrt{|OC|^2+|FC|^2}-1=\frac{\sqrt{5}}{2}k-1$，

根据题目条件可得$\frac{\sqrt{5}}{2}k-1\leqslant 1$，解得 $k\leqslant\frac{4\sqrt{5}}{5}$，

所以实数 k 的最大值为$\frac{4\sqrt{5}}{5}$，故填答案：$\frac{4\sqrt{5}}{5}$.

以上破解时，在确定$(|AP|+|EP|)_{\min}$时，采用了常见的“将军饮马”求解最小值这一特殊的数学建模，巧妙把初中几何与高中数学加以无缝链接.

作为准确有效解决问题的重要方式，数学建模需要有比较强的逻辑思维能力、抽象概括能力，利用合适的数学建模，培养与提升学生的逻辑思维能力与直观想象能力等.

2．3 自主探究妙过渡，数学建模来链接

自主探究应该贯穿于高中数学学习的每一个阶段与环节，而数学建模可以更为有效地辅助学生的自主探究，有时可以降低自主探究的难度与深度，使得探究的问题更为直观形象.

【问题 2】（普通高中课程标准实验标准教科书《数学·必修 5（苏教）》，江苏教育出版社，2012 年 6 月第 4 版，第 41 页习题 2.2（1）第 17 题）1934 年，东印度（今孟加拉国）学者森德拉姆（Sundaram）发现了“正方形筛子”（一般称其为“森德拉姆素数筛法矩阵”）：

4	7	10	13	16	•••
7	12	17	22	27	•••
10	17	24	31	38	•••
13	22	31	40	49	•••
16	27	38	49	60	•••
•••	•••	•••	•••	•••	•••

（1）这个“正方形筛子”的每一行有什么特点？每一列呢？

（2）“正方形筛子”中位于第 100 行的第 100 个数是多少？

分析：分析直观模型，以及等差数列的相关知识，结合直观模型“正方形筛子”的原理分析，进而确定其每一行每一列具有一定的规律，它们都是相应组成等差数列，从而根据等

差数列的通项公式加以判断分析.

破解后进一步加以自主探究，如：

（1）假设第 n 行的第 m 列（n、$m\in N^*$）的数记为 $a_{n,m}$，根据以上“正方形筛子”的原理，是否能表示出数列$\{a_{n,m}\}$的一个通项公式？

（2）今年恰是 2020 年，那么在“正方形筛子”中，有没有 2020 这个数？如果有，2020 是第几行第几列的数；如果没有，请说明理由.

（3）更进一步，如果某个自然数 N 出现或不出现在“正方形筛子”的表格中，那么数 $2N+1$ 有何特殊规律？它是不是一个质数呢？

当然，有兴趣的学生还可以进一步引导他们加以自主探究，可以从更多的角度、更广的方面加以深入研究. 其实，“森德拉姆素数筛法矩阵”确实是一个素数筛法非常不错的工具，但第一个素数 2 不知给筛到哪里去了，这也是这个“正方形筛子”中唯一不是非常完美的地方. 当然，这个“正方形筛子”中应该很隐含着很多有趣、深奥、规律性的东西，等待着学生不断去探究与发现.

借助数学建模，感悟数学与现实之间的关联，学会用数学模型解决实际问题，可以用来解决除数学外的其他科学、社会、工程技术等问题中的作用，有效提升应用能力，增强创新应用意识和科学精神.

3．感悟与反思

课堂教学永远是教师的一个主旋律，而在课堂教学中提升学生的数学核心素养，则是数学教育工作者面临的一个全新课题，提高自身素养，科技辅助教学，拓展多元教法，为学生营造出良好的数学教育氛围，打造核心素养环境下的数学全新教学.

将核心素养融入高中数学课堂教学的实践在不断推进与深化中，具体的实践也在不断改进，因而要求我们教师在教学工作中不断深入学习与研究，大胆尝试，勇于改革，并结合课堂教学加以积极总结与反思，不断提炼出更加适当高中学生全面发展的课堂教学策略，从而真正把核心素养融入课堂，融入学习，融入生活，培养出新一代高素养、高水平、全面发展的人才.

【参考文献】

[1]中华人民共和国教育部．普通高中数学课程标准（2017 年版）[M]．北京：人民教育出版社，2017.