

# 基于学习分类理论的高中数学教学思考

## ——以“直线与平面垂直的判定”教学为例

蔡海涛

心理学家加涅按照学习的结果把学习划分为五类,即言语信息的学习、智慧技能的学习、认知策略的学习、动作技能的学习和态度学习.学习分类理论认为:不同类型的学习结果,所需要满足学习的过程及条件也不相同,对不同的学习结果采用不同的教学方式、策略,可以提高教学效益.本文以“直线与平面垂直的判定”若干教学片段为例,谈谈基于学习分类理论的高中数学教学的一些思考,以期与同行交流.

### 1 定理引入环节

#### 1.1 片段呈现

教师创设情境导入.

问题 1: 这是我们学校校园广场美丽的图片(如图),请同学们观察学校广场的灯柱子与地面的关系.

生: 垂直关系.

接下来,老师拿出正方体的模型,问题 2: 正方体的侧棱与底面有什么关系.

生: 垂直关系.

师: 刚才我们是把灯柱子抽象成直线,地面抽象成平面来观察两者之间关系的.

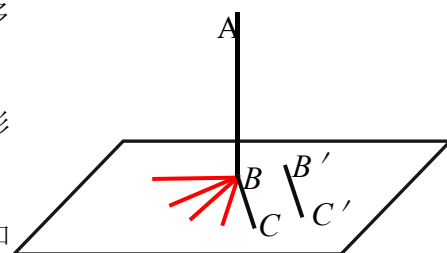
接着,师追问,问题 3: 观察以下图形,回答以下问题串:



(1) 阳光下,旗杆  $AB$  与它在地面上的影子  $BC$  所成的角度是多少?

(2) 随着太阳的移动,影子  $BC$  的位置也会移动,而旗杆  $AB$  与影子  $BC$  所成的角度是否会发生改变?

(3) 旗杆  $AB$  与地面上任意一条不过点  $B$  的直线的位置关系如何? 依据是什么?



师生活动: 教师用多媒体课件演示旗杆在地面上的影子随着时间的变化而移动的过程,引导学生得出旗杆所在的直线与地面内的直线都垂直.

#### 1.2 设计意图

加涅的学习分类理论认为: 言语信息又称陈述性知识,是指人们用语言来表达信息的能力,是学习解决“是什么”的问题.智慧技能的本质特征是人们使用符号与环境进行交互作用,是学习解决“怎么做”的问题.

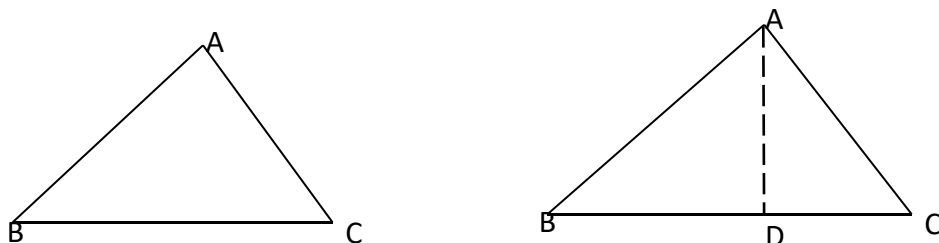
通过问题 1 和问题 2 的一导和一问,借助图片、实例的观察,在直观感知和理解线面垂直关系基础上,抽象归纳出直线与平面垂直的定义.借助学生熟悉的模型充分地激发起学生学习的兴趣,在立几的入门教学中,要充分借助模型,而模型最好是学生再熟悉不过的东西.教学中,我们发现学生最熟悉的模型是正方体和正四面体,通过研究教材,我们发现课本中大部分的例题和习题是通过这两个模型抽象而来,这两个模型容量大,很多的线线、线面、面面关系都可以从这两个模型中找到.同时,我们还可以引导学生把手中的笔抽象成线,课桌椅的桌面抽象成面.借助模型,我们可以演示出各种基本的线面位置关系,较快形成空间概念的目的,提高了学生的言语信息学习效果,培养了学生的数学抽象能力和直观想象能力,促使学生形成正确的空间概念.

问题 3 的第(1)与(2)两问意在让学生发现旗杆  $AB$  所在直线始终与地面上任意一条过点  $B$  的直线垂直,第(3)问进一步让学生发现旗杆  $AB$  所在直线始终与地面上任意一条不过点  $B$  的直线也垂直.在这里,主要引导学生通过观察直立于地面的旗杆与它在地面的影子的位置关系来分析、归纳直线与平面垂直这一概念,提高了学生智慧技能学习效果.由于在之前教学环节中有了模型的应用,学生对线面垂直关系有了初步的直观感知,再把这模型抽象成几何图形就容易多了.

## 2 定理探究环节

### 2.1 片段呈现

问题 4: 我们在学好线面垂直的定义后,知道要判断直线与平面垂直,必须要证明这条直线垂直平面内的任意一条直线,这在实际问题中是无法操作的.看来我们必须寻找新的解决办法.下面我们一起来做个实验,请各个学习小组拿出课前准备好的纸片,如图:



过  $\triangle ABC$  的顶点  $A$  翻折纸片,得到折痕  $AD$ ,将翻折后的纸片竖起放在桌面上( $BD$ ,  $DC$ 与桌面接触),如何翻折才能使折痕  $AD$ 与桌面所在平面垂直?

师生互动:各个小组在自主探究和合作交流中,得到当折痕  $AD$ 与  $BC$ 垂直时,折痕  $AD$ 与桌面所在平面垂直.通过这个实验,我们发现要判断一条直线垂直平面,只要这条直线垂直平面内两条相交直线就行,这就是证明线面垂直时“线不在多,相交就行”,从而得到判定定理.

### 2.2 设计意图

加涅的学习分类理论认为:认知策略是一种特殊的智慧技能,它包括控制学习、识记和思维运用的能力.动作技能是指通过练习获得的、按一定规则协调自身运动的能力,这种技能是通过练习来改善的,其学习的本质是重复基础性的动作并从环境获得反馈.

这个数学实验的设计目的是让学生动手操作,感悟折纸活动的数学内涵,感知“不垂直”的原因和“垂

直”的条件，从而探究新知. 数学理论的抽象性，通常都有某种“直观”的想法为背景. 特别是学生在高一立几入门学习中，缺乏空间想象能力，为了让学生尽快扭转这种现象，教师通过数学实验，把这种直观的背景显现出来，帮助学生抓住其本质，了解它的变形和发展及与其它问题的联系. 学生在实验中感受“有限”代替“无限”，归纳出直线与平面垂直判定定理的本质特征，体会“转化”思想在数学研究过程中的重要作用，加强了认知策略的学习. 这个环节着力于学生的学，让学生成为学习主人，主动探索新知，力求通过这种方式来培养学生的创新精神、动手能力和解决问题的能力，加强了学生动作技能的学习，同时有利于改变学生学习数学的方式.

### 3 定理证明环节

#### 3.1 片段呈现

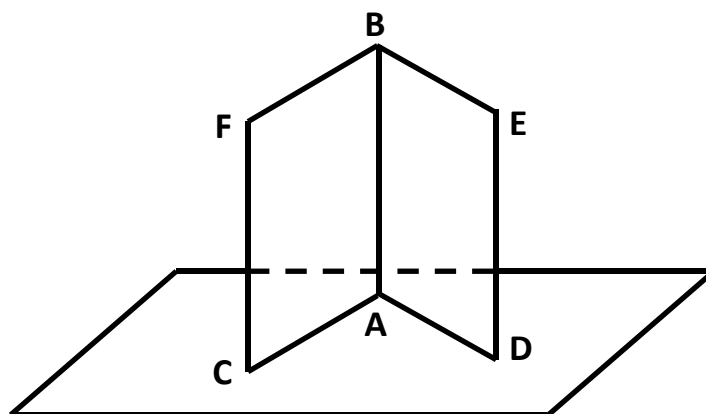
问题 5: 经过刚才的实验，猜测出要判定线面垂直，只要这条直线垂直平面内的两条相交直线就行. 但是，这个结论还需要经过严格的证明才可以. 这个结论一定成立吗？我们该如何证明？

当老师这么说时，原本经历实验成功兴奋的学生们立马安静了下来. 这个时候，老师打出幻灯片，对定理的证明做如下的介绍：

欧几里得在《几何原本》第 11 卷中就给出了线面垂直的定义和判定定理，并对定理进行了证明. 不过证明过程比较繁琐冗长.

20 世纪中叶以前的西方立体几何教科书中，线面垂直定理的证明方法主要有 6 种：欧式证法、等腰三角形法、对称法、引理法、勒让德法、阿达玛法，其中最广泛采用的是对称法.

18 世纪法国数学家克莱罗 (1713-1765) 在《几何基础》(1741) 中并未给出严格的证明，而只作了一个直观的解释：如图所示.



师：以上这些数学家对定理有不同方法的证明，请各位同学再上网查阅相关资料.

#### 3.2 设计意图

加涅的学习分类理论认为：态度影响学习者选择个人行为. 态度是个体习得的相对稳定的影响个体行为选择方向的内部状态.

本节课对定理的证明,虽然课本没有给出严格的证明,但是对于一个定理学习的完整性,证明是必要的,这是探究一个新知的积极态度.基于学习分类理论中学习态度方面的考虑,在证明的环节渗透数学文化,架起数学文化与实践研究的桥梁,把数学史文化渗透到课堂里,让学生感受到在数学的历史长河中,重大思想方法的诞生和发展激发了学生的学习兴趣,同时让学生更接近数学的本源,更好地理解数学,从而让学生在学数学时,形成喜欢数学的态度.

#### 4 总结反思

人的学习行为是千差万别的,但千差万别的行为都可以归入加涅提出的五类学习结果中,即言语信息、智慧技能、认知策略、动作技能和态度的学习.因此,我们可以针对不同类型的学习来设计教学,包括确定目标、任务分析、教学过程及结果测评.在本节课中,学生学习的困难在于如何从直线与平面垂直的直观形象中提炼出直线与平面垂直的定义,感悟直线与平面垂直的意义;以及如何从折纸试验中探究出直线与平面垂直的判定定理;在探究直线与平面垂直的判定定理过程中,学生对“为什么要且只要两条相交直线”的理解有一定的困难,因为定义中的“任意一条直线”是指“所有直线”,这种用“有限”代替“无限”的过程会导致学生形成理解上的思维障碍.基于学习分类理论的教学设计,注重学生经历数学知识形成和发展的过程,每一个学习环节的目标是具体的、可操作的,而非空洞的.通过这五类学习,可不断完善学生的知识结构,从而发展学生的创新性学习,使学生的学习具有能动性、独立性、超前性、参与性.只有这五类学习均衡发展,才能引导学生走向创造.

(本文系福建省“十三五”中小学名师名校长培养工程专项课题《基于学习分类理论的初高中数学衔接的研究》(课题编号: DTRSX2017001) 与福建省基础教育课程教学研究课题《高中数学主干知识教学落实核心素养的研究——以函数、立几、数列为例》(课题编号: MJYKT2018-056) 阶段性研究成果)