

# 初高中衔接之绝对值的教、学、思

陈海泓

**摘要：**初中已学过绝对值，考查内容以绝对值的代数意义及几何意义的应用为主，但因学生思维的局限性，数形结合、分类讨论、建模等数学思想方法在初中不能深入展开，而在高中绝对值常与函数、不等式、方程等相关知识结合，重点考查学生应用数学思想方法解决数学问题的基本能力，要求的难度加大，亟需对这部分内容进行衔接。从学生已经掌握的含一个绝对值符号问题，过渡至含两个绝对值符号问题，进行相关知识衔接及数学思想方法的衔接。

**关键词：**函数；绝对值；方程；不等式

绝对值不等式是高考选考内容之一，绝对值又常与函数、方程、不等式相结合，考查学生应用数学思想方法解决问题的能力。初中这部分要求不高，《初高中衔接教材》<sup>1</sup>中将《绝对值》作为第一讲数与式的第一部分内容，可见其在衔接部分的重要性。为了更有效的实施教材衔接，引导高一新生尽快适应高中数学的学习，我以《绝对值》一课为例，谈谈自己在衔接教学中的“教”“学”“思”。

## 一、“教”与“学”

初中生基本上能理解并应用绝对值的代数意义与几何意义解题，但升入高中后他们将遇到较多的是将绝对值与函数相结合的数学问题，对他们而言是有难度的。首先分析能力不足，比如分类讨论时能做到不重不漏的很少；其次抽象思维能力不足，比如能将抽象的数学符号与具体的图象相联系的不多；最后，化简运算能力不足，比如去绝对值符号过程中，代数式带正负号容易出错等。所以学生的数学思维能力、解决数学问题的能力还没上升到高中所要求的新高度，这就需要衔接了。考虑学生的思维特点及初高中数学中函数思想的重要性，决定从简单的一次函数、二次函数着手，介绍含绝对值符号问题的解决方法，重点放在从函数的角度解决有关绝对值问题，展开衔接教学。

### 1 含一个绝对值符号

高中阶段学习含一个绝对值符号的问题常涉及：方程的解及解的个数问题、解不等式及含参问题、函数零点及含参等问题，解决的一般方法是通过分类讨论直接去绝对值符号，但如果较复杂问题则考虑转化为已学函数模型，用函数的观点来解决方程、不等式等相关问题。要与函数相结合，我认为这部分要给学生衔接的是①去绝对值的一般方法（分类讨论）②分段表示函数对应关系（了解分段函数）③绝对值符号对函数图象的影响（图象变换特点）④了解函数、方程、不等式三者之间的转化关系。考虑学生的思维能力及学习方法特点，从作图开始，以一次函数、二次函数为例，研究具体的函数图象进而得到一般的情形。

例1 探究： $y = |x-3|$ 与 $y = x-3$ 图象的区别与联系

(1) 填写下表 1, 并根据表格作出图象

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y=x-3	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y= 3-x	6	5	4	3	2	1	0	1	2	3	4	5	6

表 1

(2) 观察图象思考: 两个函数图象的区别与联系。

引导学生: ①观察  $x \geq 3$ ,  $x < 3$  时函数  $y = x - 3$  与函数  $y = |x - 3|$  的图象②联系绝对值的含义③得

到作函数  $y = |x - 3|$  的图象另一种方法, 可以先作出一次函数  $y = x - 3$  图象, 再将  $y = x - 3$  图象在  $x$

轴下方部分的图象关于  $x$  轴对称可得。相应的  $y = |x - 3|$  去绝对值后可表示为  $y = \begin{cases} x - 3, x \geq 3 \\ -x + 3, x < 3 \end{cases}$ 。

从具体函数的形、数两个角度加深理解绝对值符号对图象的影响, 并对去绝对值后函数关系式的表示进行衔接。

(3) 衔接训练: 作出函数  $y = |x^2 - x|$  的图象

引导学生: ①作出二次函数  $y = x^2 - x$  图象②找出在  $x$  轴下方的图象再关于  $x$  轴对称③注意图象上

特殊点, 比如对称后顶点位置。再设置两个问题①由图求解关于  $x$  的方程  $|x^2 - x| = 0$ 。②分段表示

函数  $y = |x^2 - x|$  的解析式。问题①从方程角度理解函数值与方程解的联系, 问题②涉及分类讨论及

不等式求解, 再由函数图象直观得出。将问题①②进行比较, 学生又了解了方程与不等式之间的联系, 完成了函数思想的初步衔接, 并对函数图象在解决方程、不等式问题中的重要作用有所体会,

对数形结合思想有了更深入的理解。最后补充一题课外练习:  $|x^2 - x| \geq 2$  强化函数思想的应用。

## 2 含两个绝对值符号

初中基本不涉含两个绝对值符号的问题, 学生对这类型问题比较陌生, 高中则较多与不等式结合, 主要是考查分类讨论、数形结合思想方法的应用。若有涉及到含参问题时, 通常还需要转化为函数问题进行求解, 这是难点。综合学生学情、思维能力, 考虑从学生熟悉的方程进行衔接教学, 通过变式教学进一步掌握去两个绝对值符号的一般步骤, 并能联系函数观点, 进一步了解从函数的角度解决相关简单的不等式及方程问题的一般方法, 提升学生对绝对值问题的解决能力, 加深对函数思想方法的理解。

例 2 (1) 解关于  $x$  的方程  $|x - 1| + |x - 3| = 5$

(2) 解关于  $x$  的不等式  $|x - 1| + |x - 3| \geq 5$

对于 (1) 先引导学生用绝对值的代数意义: ①去绝对值需要比较实数  $x$  与 1, 3 的大小②分  $x < 1, 1 \leq x \leq 3, x > 3$  三种情况讨论③根据分段情况化简方程并求解, 同时需要检验是否满足前提条

件。再引导学生用绝对值的几何意义求解即转化为数轴上动点  $(x)$  与 (1)、(3) 两点的距离和为 5，利用数轴，观察可得。

解法 1:

(1) 当  $x < 1$  时，原方程可化为  $-(x-1)-(x-3) = -2x+4 = 5 \therefore x = -\frac{1}{2}$  满足  $x < 1$ ;

(2) 当  $1 \leq x \leq 3$  时，原方程可化为  $(x-1)-(x-3) = 2 \neq 5$  此时方程无解;

(3) 当  $x > 3$  时，原方程可化为  $(x-1)+(x-3) = 2x-4 = 5 \therefore x = \frac{9}{2}$  满足  $x > 3$ ,

综上所述：原方程的解为  $x = -\frac{1}{2}$  或  $x = \frac{9}{2}$ 。

解法 2: 画出数轴，定好原点，标出实数 1 和 3 对应的点，由图得原方程的解为  $x = -\frac{1}{2}$  或  $x = \frac{9}{2}$ 。

学生模仿上述两种方法的求解过程完成 (2)，强调两点：①用绝对值的代数意义可以去绝对值符号，需要分类讨论，对实数  $x$  的取值要求做到不重不漏；解不等式与解方程一样每一步讨论的前提条件不能忽略。②若用绝对值的几何意义求，需先找出数轴上与 (1)、(3) 两点的距离和为 5 的点，由数轴找出所有满足不等式的解，即解不等式可以先看成解方程。鉴于教学课时及学生能力、不等式求解课外再加强训练。两种方法介绍清楚后，再从函数角度看待方程与不等式。研究函数

$y = |x-1| + |x-3|$  的图象，结合图象求解。引导学生模仿例 1 将函数解析式用分段的形式表示，再

分段画图。鼓励学生自主完成，过程类似例 2 (1)

解法 3:

(1) 当  $x < 1$  时， $y = -(x-1)-(x-3) = -2x+4$ ;

(2) 当  $1 \leq x \leq 3$  时， $y = (x-1)-(x-3) = 2$ ;

(3) 当  $x > 3$  时， $y = (x-1)+(x-3) = 2x-4$ ,

所以原来函数可化为  $y = \begin{cases} -2x+4, & x < 1, \\ 2, & 1 \leq x \leq 3, \\ 2x-4, & x > 3. \end{cases}$ ，画出图象 (图 1)

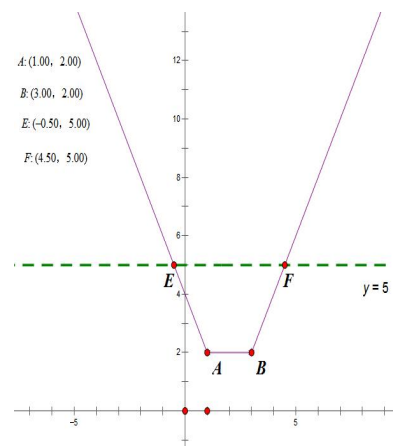


图 1

再由图引导学生，若解方程 (1)，只需在图象上找出纵坐标为 5 的点，根据函数关系式解出它的横坐标  $x$  即为方程的解；若解不等式 (2) 先解方程 (1) 再由图得出相应横坐标的取值范围即可。结合实际情况，再给学生两道题，课外探究，以达到对绝对值知识的巩固与再衔接拓展的目的。

①  $|x-1| + |x-3| > a$  对所有的实数  $x$  都成立，则  $a$  的取值范围是？

② 关于  $x$  的不等式  $|x-1| + |x-3| \leq a$  有解，则  $a$  的取值范围是？

## 二、“教”与“思”

为了更好地完成初高中教学衔接工作，应先了解初高中课标要求的差异，再根据本校学生具体情况设计衔接课程，以衔接教材为参考，适当调整衔接的内容与进度。教师怎么实施“教”，学生怎么进行“学”，不仅是衔接阶段更是在高中学习中都需要面对的。有效的教与学，除了需要教师用心准备，也应该站在学生的角度多“思”，“思”学生的思想动态、“思”学生的心理特征、“思”学生的学习习惯等，“思”教学的实施是否遵循了学生的成长、思维发展规律<sup>2</sup>。对高一新生不能要求过高，新旧知识之间进行衔接，适当拓展，避免题目的“偏、难、怪”，减少学生对数学学习的恐惧，学生从心理上能更快地接受新的学习方式、学习环境，及新的数学老师的教学方法，顺利过渡到高中学习。要衔接的内容多而课时少，我认为应该侧重数学思想方法的衔接，让学生逐渐转变初中学习观念：搞题海。最后以引福建省普教室陈中锋教授说过的一句话代表我在衔接教学中的“思”，陈教授说：“以前，我在高三复习开始的第一周，不上别的，就是和学生讲数学思想讲数学方法。思想能沟通了，后面的学习还能不通畅？”

#### 参考文献：

- [1] 《初高中衔接教材》编写组. 初高中衔接教材[M]. 海峡出版发行集团. 福建教育出版社, 2016. 01-04  
[2] 于萍. 初高中函数教学内容衔接的案例分析[C]. 《天津师范大学硕士论文》，2012-03