生态意识下的数学习题教学

福建省莆田第二中学 陈仁和

摘要：课堂是一个生态系统，如何在生态意识下开展习题教学是课堂教学探索的一个主题。教师的课堂生态意识由整体意识、开放意识、共生意识等组成，思维导图的建立、平等互动的创设以及互利共生的生成，永远是课堂习题教学追求的目标。

关键词：习题教学；课堂生态意识；核心素养

张奠宙教授认为，数学的核心素养包括“真、善、美”三个维度，能熟练运用数学思想方法分析和解决实际问题是数学核心素养中之“善”，它能承“真”又可释“美”，是高中数学核心素养之轴，因此习题教学的成效直接影响学生数学核心素养的提升。秉持“尊重、唤醒、激励生命”的理念，打造生态意识下的习题教学课堂，应该是新高考下数学教学追求的一个指向。课堂教学本质上是一个生态系统，生态主体之间的感受与领悟的“质”与“量”是衡量课堂成效的重要标志。

一、整体意识下的思维导图

高中数学知识点多，数学问题载体多样，于是题库中的题量就庞大得令人望而却步。但高中数学的本质是这样的吗？不然。若从代数的角度分类，追根溯源就只有数量大小和数量范围两类，而等式(函数、方程)和不等式就是解决问题的两把钥匙，因此在习题教学时不能就题论题，给学生以零碎的感觉，让他们感到问题“多”得无法穷尽，而应该有一个整体的意识，归一群成一类，以“型”成系，这样就可举一反三，帮助学生洞察高中数学的本质，感受其中的优美。比

如含量词的命题求参数问题是高中数学中一类典型问题，为解决这个问题，在习题教学时要有一个整体意识，明确问题的化归方向，及时提炼并完整梳理，建立思维导图，给学生以一类问题的清晰解题思路。

（1）**含量词的等式成立问题：如果是含全称量词的等式，则左右同次项系数相等即是；如果是含存在量词的等式，一般是转化为函数的值域问题。**如“关于 x 的方程 $4^x-(a+1)2^x+9=0$ 有实数解，求实数 a 的取值范围”，最佳解决方案就是参数分离后化归为函数值域问题，又如“已知函数 f（x）=$2x^2-3x+1$，g（x）=ksin（x－$\frac{\pi}{6}$），（k≠0）.若对任意的 $x_1\in[0，3]$，总存在 $x_2\in[0，3]$，使 f（x_1）=g（x_2）成立，求实数 k 的取值范围”。此类问题一般化归为两个函数的值域关系问题，解题后提炼得：（1）如果对任意的 $x_1\in A$，总存在 $x_2\in B$，使得使 f（x_1）=g（x_2）成立，则命题等价于 f(x)的值域是 g(x)值域的子集。（2）如果存在 $x_1\in A$，$x_2\in B$，使得使 f（x_1）=g（x_2）成立，则命题等价于 f(x)的值域和 g(x)值域交集非空。

（2）**含量词的不等式问题均应转化为函数的最值问题。**一种方法是可以直接建立含参的函数，此方法应用的前提是经参数讨论容易获得函数的最值，如“若不等式 $x^2+(a-4)x+2(2-a)>0$ 对任意 $a\in[-1,1]$ 恒成立，求 x 的取值范围”。此问题通过建立 a 的函数易得结果。又如“若关于 x 的不等式 $(m-1)x^2+(m-1)x+2>0$ 的解集是 R，求 m 的取值范围。”此问题通过建立 x 的函数，经讨论后也可轻易得到结果。第二种方法是如果直接建立函数而因参数的干扰最值难以获取，则可参变分离后再建函数。如“在△ABC 中，已知 $f(B)=4\sin B\sin^2(\frac{\pi}{4}+\frac{B}{2})+\cos 2B,$

且$|f(B)-m|<2$恒成立，求实数 m 的取值范围”，这个问题如果按第一种方法解决就比较困难，如果利用第二种方法操作就容易许多。第三种方法是经不等式适当分离后利用数形结合方法解之异常方便，如“若不等式$3x^2-\log_a x<0$在$x\in\left(0,\frac{1}{3}\right)$内恒成立，求实数 a 的取值范围”，通过分离画出两个函数的图像，则目标清晰，答案跃然纸上。对于多个变量问题，解决的最佳方案就是两变量分离后直接化归为两个函数的最值问题，如果分离不了，那么可以树立主元，一个一个解决，在此就不一一赘述了。

总之，通过题型分类及其解题通法的提炼加工后构建问题的思维导图，学生既可辨识一类问题的结构特征，也可掌握解决此类问题的思路，这样习题教学中的整体意识功效就自然体现出来了。

二、开放意识下的平等互动

课堂生命体是教师与学生共同构成的一个有机整体，课堂活动必须在生命体的平等交流和对话中完成。开放教学理念、开放自我精神世界，在探究、争论、提炼和分享中丰富生命体的经历与感悟，提升学生的学科核心素养，真正实现对教学目标的完美追求。

比如在求多元函数最值的教学前，我先抛出导学案，制定达成的目标要求，把班级学生分成几组布置预习探究任务。教学伊始，分享各小组的探究成果，并板书整理：（1）根据条件消元化归为一元函数解题，如“若正实数 x,y 满足 2x+8y=xy,求 x+y 的最小值”，可以利用条件减元化归后解决。（2）利用基本不等式化等式为不等式，后通过

解不等式解之，如“若正实数 a,b 满足 ab=a+b+3,求 ab 的取值范围”，可把 a+b 放缩成 ab 得 ab 的不等式解之。（3）挖掘条件和结论的几何意义，利用数形结合法解题，如“已知$\begin{cases} x\geqslant 1 \\ x-y+1\leqslant 0 \\ 2x-y-2\leqslant 0 \end{cases}$，则（1）求 x^2+y^2 的最小值，（2）求 $u=\frac{y-1}{x+1}$的取值范围，（3）求 z＝3x＋2y 的取值范围”。接着推出问题“若实数 x,y 满足 $x^2+y^2-2x+4y=0$ 求 x-2y 的最大值”，让同学共同完成，允许小组间讨论交流。结果令人欣喜，有利用数形结合法解题的，也有利用三角换元化归为一元函数的，还有一组同学的解法更绝：令 t=x-2y 得 x=t+2y 代入条件等式，树立主元并利用方程有解的条件解题。

经过学生的前期准备，师生可以在轻松的对话环境下提炼一类问题的解决方法，并在经验的引领下，通过学生的探究、协作，分享了多种方法解题的乐趣，揭示了数学的本质，领悟了数学的探究精神，完美地实现了教学目标，同时也提升了数学的“善”之核心素养。

三、共生意识下的竞争合作

二十一世纪的教学主体目标之一是教会学生“共同生活”。课堂上不同主体之间的存在相互依托，师生之间的“教学相长”和学生间的“共生关系”应该在课堂活动中得到良好的演绎，否则“互利共生”就无法形成，教学效果也将大打折扣。

数学思维品质的优化以及数学解题方法的强化，应该通过解题实践来实现，通过解题实践，积累解题经验，这样才能使解题灵感得到良好的诱发，思维得到正向迁移。如在解几的解题实践中，经常涉及

分式函数的取值范围或最值问题，我们可以预先组织学生分组收集相关题型，于课堂上分别展示并举行比赛，让一方解决另一方的问题，在共同协作的基础上提炼解题心得形成解题经验。通过实践，集全体学生的智慧获得丰富的解题经验。一是 y=$\frac{ax+b}{cx+d}$型的分式函数，既可通过常数分离法化归为反比例函数解题，亦可由方程理论用 y 表示 x 后由 x 的取值范围获得 y 的不等式而后解之。二是 y=x+$\frac{m}{x}$型的函数，如果 m 为负数，则函数单调性清晰，如果 m 为正数，则为双勾型函数，图像性质明确，解题思路容易形成，进一步推广可以解决 y=$\frac{ax^2+bx+c}{ex+f}$和 y=$\frac{ex+f}{ax^2+bx+c}$型的函数问题，再推广也可以先对 y=$\frac{ax^2+bx+c}{ex^2+fx+g}$型的分式进行参数分离后化归为以上类型解之，当然许多同学也会提出一些新颖的解法，我们都一一给予肯定。通过这样的安排，课堂获取的成果非常丰富，既有竞争时的对立，也有合作后的共享，师生与生生的共生状态演绎得淋漓尽致，实现了“教学相长”和“学学相长”的良好效果。

总之，课堂是一个内涵丰富的生态系统，如何在整体开放、多元共生的生态特征下开展教学活动是每个教师应该思考与探讨的一个课题，它事关课堂教学成效的质量与品质，也将左右学生核心素养的提升。

参考文献

1、刘贵华，岳伟。论教师的课堂生态意识及其提升。教育理论与实践，2015 第 16 期，30-32。